التّمرين الأول: (04 نقاط)

لتكن h دالّة عدديّة مُعرّفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ $h(x)=\dfrac{4x-1}{x+2}$. و ليكن (C_h) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس للمستوي. (أنظر الملحق) و ليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$

1) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المُعرّفة بـ: $u_{n+1}=\dfrac{4u_n-1}{u_n+2}$ و $u_0=5$

أ- مثل الحدود u_0,u_1,u_2,u_3 على حامل محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الرسم

ب- أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية وتقاربها (u_n)

2) بين أنه من أجل كل x من $]0,+\infty[$ أنه $h'(x)=\dfrac{9}{(x+2)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

3) أ-برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n>1$.

ب-أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

4) نعتبر المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المُعرّفة بـ: $v_n=\dfrac{1}{u_n-1}$

أ- بين أن (v_n) حسابية يطلب تعين أساسها وحدها الأول .

ب- عبر عن (v_n) بدلالة n ثم استنتج (u_n) بدلالة n. عين $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n)$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)$.

5) أحسب الجداء $P_n=e^{v_0}\times e^{v_1}\times e^{v_2}\times\ldots\ldots\times e^{v_n}$

التّمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس. نعتبر النّقط $A(2,1,3)$ ، $B(-3,-1,7)$ و $C(3,2,4)$.

1) أثبت أنّ النقط A ، B و C تعين مستو يا وحيدا (ABC) .

2) ليكن (Δ) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي (Δ) $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases}x=-7+2t\\y=-3t\\z=4+t\end{cases}$.

بين أن المستقيم (Δ) يُعامد المستوي (ABC)،ثم أكتُب معادلة ديكارتيّة للمستوي (ABC).

3) نسمي H النقطة المشتركة بين (Δ) و (ABC).

بين أن H هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-2);(B,-1);(C,2)\}$

4) نعتبر $(T_1),(T_2)$ مجموعتي النقط من الفضاء و التي تحقق :

$(T_1):(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC})(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC})=0$ و $(T_2):\left\|-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{29}$

عين طبيعة كل من المجموعتين $(T_1),(T_2)$، ثم عين طبيعة تقاطعهما .

التّمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر في مايلي النّقط A، B و C التي لواحقها $z_A = 4-3i$، $z_B = 4+3i$ و $z_C = 7$ على التّرتيب عين الاقتراح الصحيح مع التعليل من بين الاقتراحات التالية:

1) المعادلة $z^3 - 15z^2 + 81z - 175 = 0$ للمتغيّر المركّب z حيث $z_0 = 7$ حلا لها تقبل ثلاث حلول هي:

أ) $S = \{7, 4-3i, 4+3i\}$ ب) $S = \{7, -4-3i, -4+3i\}$ ج) $S = \{-7, 4-3i, 4+3i\}$

2) العدد $\left(\dfrac{z_A - z_C}{z_B - z_C}\right)^{2018}$ يساوي:

أ) 1 ب) 0 ج) -1.

3) لدينا $z_A - z_C = i(z_B - z_C)$ المثلث ABC

أ) قائم في C ب) قائم في C و متساوي الساقين   ج) متساوي الساقين.

4) العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه ω ذات اللاحقة $z_\omega = 4$ و يُحوّل النّقطة C إلى النّقطة B فإن العبارة المركبة لهذا التحويل:

أ) $z' = iz + 4 - 4i$ ب) $z' = 2iz + 3 - 4i$ ج) $z' = iz + 3 - 4i$.

5) (T) مجموعة النّقط M، ذات اللاّحقة z، من المستوي المركّب حيث يكون $\dfrac{z - z_B}{z - z_C}$ تخيّليّاً صرفاً جزؤه التّخيّلي موجب.هي:

أ) المستقيم (AB) ب) دائرة قطرها $[AB]$ ج) هي نصف دائرة قطرها $[BC]$ باستثناء النّقطتين B و C

التّمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لتكن g الدالّة العدديّة المُعرّفة على المجال $]0,+\infty[$ $g(x) = \dfrac{x+1}{2x+1} - \ln(x)$.

1) أدرس تغيُّرات الدّالّة g، ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

2) أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $1 < \alpha < 2$

3) استنتج اشارة $g(x)$ من أجل كل x من $]0,+\infty[$.

II. لتكن f الدالّة العدديّة المُعرّفة على $]0,+\infty[$ بـ $f(x) = \dfrac{2\ln x}{x^2 + x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس للمستوي. وحدة الطول: محور الفواصل $1 \to 1cm$، محور التراتيب $1 \to 5cm$.

1) أُحسُب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ فسِّر هندسيّاً النّتائج.

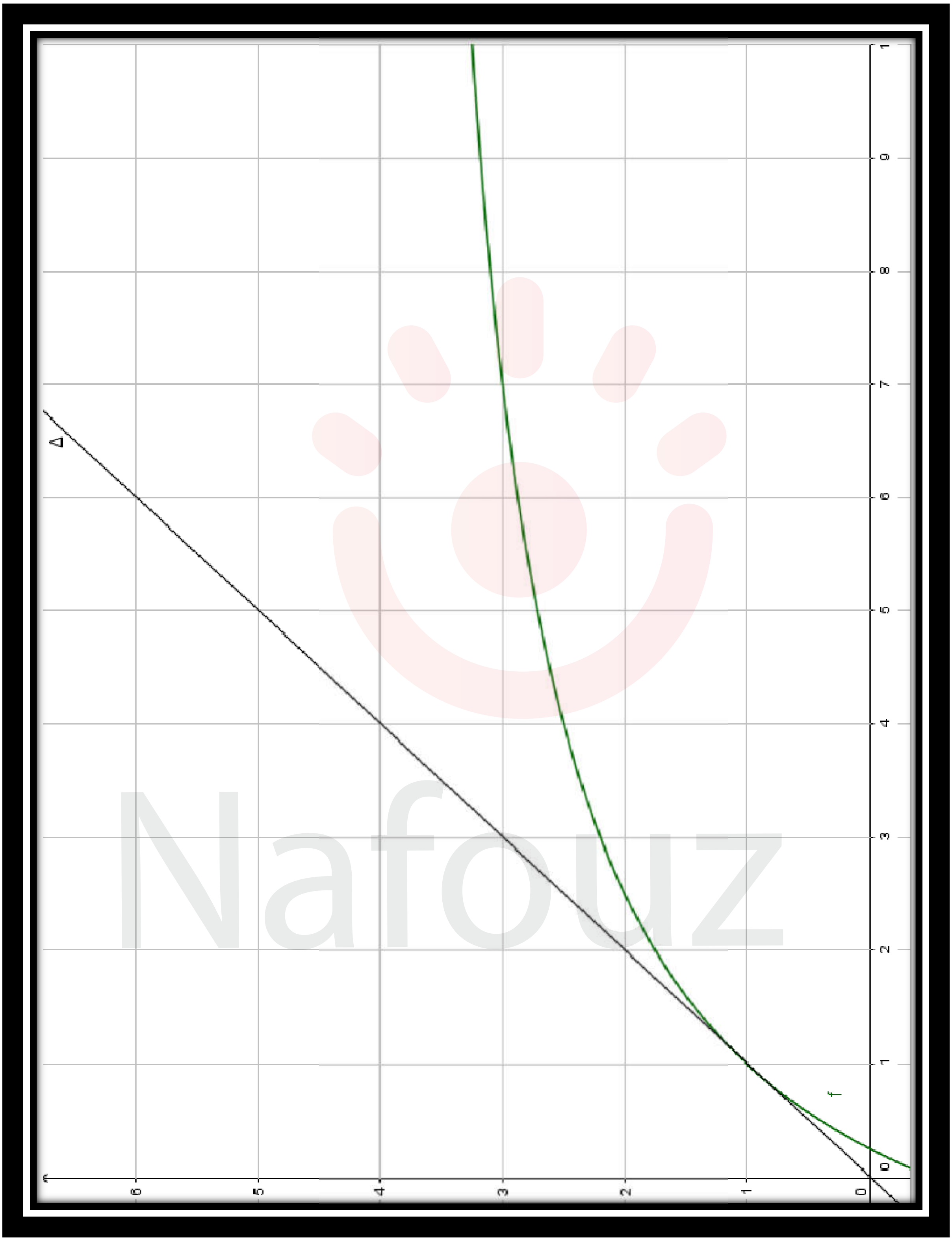
2) أ- بين أنّه من أجل كل x من المجال $]0,+\infty[$ أن $f'(x) = \dfrac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2} g(x)$.

ب- استنتج اتجاه تغيُّر الدّالّة f، ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

3) عين معدلة المماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة 1

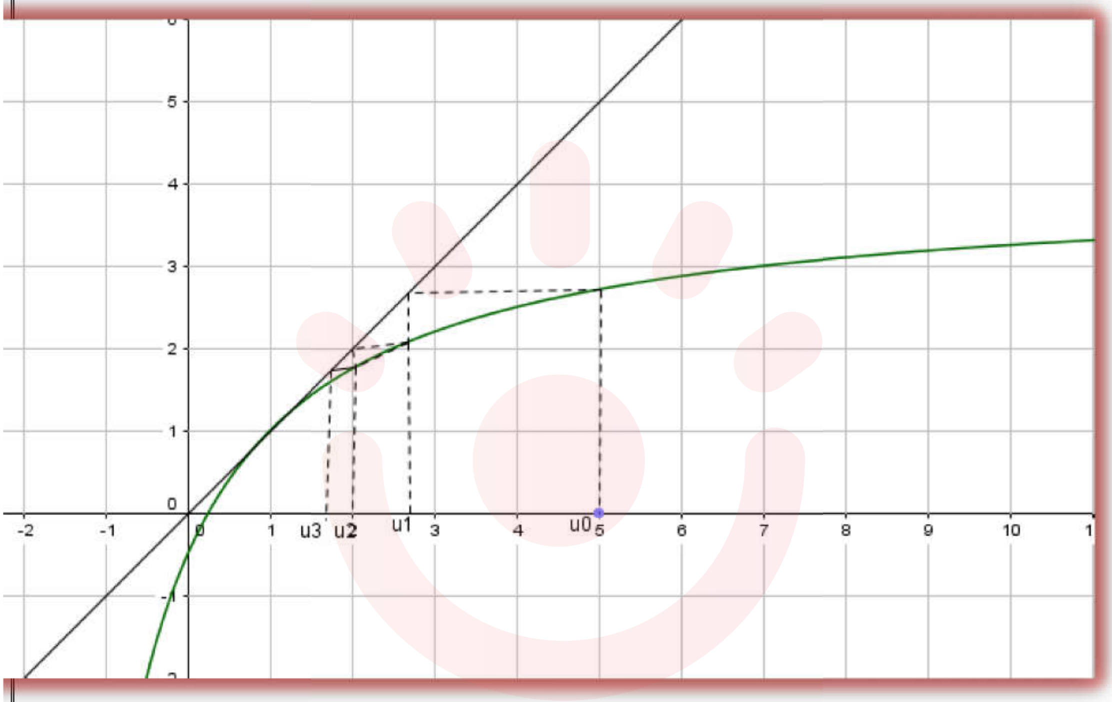
4) أنشئ (Δ) و (C_f). تعطى $f(\alpha) = 0,4$

5) ناقش، بيانيّاً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة، ذات المجهول الحقيقي x، حيثُ $x^2 + x + 2\ln x = m(x^3 + x^2)$


Δ
f
0
1
2
3
4
5
6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
1

التنقيط	(المتتاليات)	تصحيح التمرين الأول (04 نقاط)

-1 1 أ- تمثيل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 على حامل محور الفواصل



ب- التخمين $u_0 \succ u_1 \succ u_2 \succ u_3$ إذن من الواضح أن المتتالية u_n متناقصة تماما

بما أن المتتالية متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة نحو نقطة تقاطع .

-2 نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المُعرّفة بـ: $u_{n+1} = \dfrac{4u_n - 1}{u_n + 2}$ و $u_0 = 5$

من أجل كل x من $]0,+\infty[$ أنه $h'(x) = \dfrac{4(x+2) - 1(4x-1)}{(x+2)^2} = \dfrac{8+1}{(x+2)^2}$ تكافئ

$h'(x) = \dfrac{9}{(x+2)^2} \rangle 0$ ومنه الدالة h متزايدة تماما على $]0,+\infty[$

3) أ - البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n > 1$.

الشرط الأوّل

لنتأكد من صحة $P(0)$ لدينا $u_0 = 5$ تكافئ : $u_0 > 1$ ومنه $P(0)$ صحيحة.

الشرط الثاني

لنفرض أنّ $P(n)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n ونبرهن صحة $P(n+1)$ أي

$u_{n+1} > 1$

حسب فرضية التراجع $u_n > 1$ نلاحظ أن $u_{n+1} = \frac{4u_n - 1}{u_n + 2} = f(u_n)$

تكافئ: $f(u_n) > f(1)$ و تكافئ $u_{n+1} > 1$ ومنه $P(n+1)$ صحيحة. و منه حسب مبدأ الاستدلال $P(n)$ بالتراجع فإنه ن أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n > 1$.

ب- أدرس إتجاه تغير المتتالية (u_n)

$$u_{n+1} - u_n = \frac{4u_n - 1}{u_n + 2} - u_n = \frac{4u_n - 1 - (u_n)^2 - 2u_n}{u_n + 2} = \frac{-(u_n)^2 + 2u_n - 1}{u_n + 2}$$

نلاحظ أن $u_{n+1} - u_n = \frac{-(u_n - 1)^2}{u_n + 2} < 0$ المتتالية u_n متناقصة تماما.

3) نعتبر المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المُعرّفة بـ: $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$

أ- $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ حسابية معناه أن $v_{n+1} - v_n = r$

لدينا $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$ تكافئ $v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1} - 1} = \frac{1}{\frac{4u_n - 1}{u_n + 2} - 1} = \frac{1}{\frac{4u_n - 1 - u_n - 2}{3u_n + 4}} = \frac{u_n + 2}{3u_n - 3}$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{3u_n + 2}{3u_n - 3} - \frac{1}{u_n - 1} = \frac{u_n + 2 - 3}{3u_n - 3} = \frac{1}{3}\left(\frac{u_n - 1}{u_n - 1}\right) = \frac{1}{3}$$

ومنه (v_n) حسابية أساسها $\frac{1}{3}$ و حدها الأول $v_0 = \frac{1}{u_0 - 1} = \frac{1}{4}$

ب- عبارة v_n بدلالة n: $v_n = v_0 + nr = \frac{1}{4} + (\frac{1}{7})n$

استنتج (u_n) بدلالة n لدينا: $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$ تكافئ $v_n(u_n - 1) = 1$ تكافئ

$$u_n = \frac{1 + v_n}{v_n} = \frac{1}{v_n} + 1 = \frac{1}{\frac{1}{4} + (\frac{1}{7})n} + 1 = \frac{28}{4n + 7} + 1$$

تعين $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n) = +\infty$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n) = 1$.

4) حساب الجداء $P_n = e^{v_0} \times e^{v_1} \times e^{v_2} \times \ldots\ldots \times e^{v_n} = e^{v_0 + v_1 + \ldots + v_n} = e^{\frac{(n+1)}{2}(v_0 + v_n)}$

تصحيح التمرين الثاني (04 نقاط)	(الهندسة الفضائية)	التنقيط

لدينا : $A(2;1;3)$ ، $B(-3;-1;7)$ ، $C(3;2;4)$.

1) أ) بيان أن النقط $A;B;C$ تعيّن مستويا :

1-لدينا : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\-2\\4\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ ، $\left(\frac{-5}{1} \neq \frac{-2}{1}\right)$. أي $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطيا ، و منه النقط $A;B;C$ تعيّن مستويا .

2) المعادلة الديكارتية هي ....

لدينا (Δ) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي (Δ) $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases}x=-7+2t\\ y=-3t\\ z=4+t\end{cases}$.

المستقيم (Δ)يُعامد المستوي (ABC)،معناه أن $\vec{n}_{(ABC)}=\vec{u}_{(\Delta)}$

نفرض أنّ $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ و منه $\begin{cases}\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0\\ \vec{n}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}$ إذن $\begin{cases}5a+2b-4c=0\\ a+b+c=0\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}b=\dfrac{-3}{2}a\\ c=-a-b\end{cases}$

إذن $\begin{cases}a=a\\ b=-\dfrac{3}{2}a\\ c=\dfrac{1}{2}a\end{cases}$ وبالتالي $\vec{n}(a,\dfrac{-3}{2}a,\dfrac{1}{2}a)$; $a\in\mathbb{R}^*$ يوجد عدد غير منته من الأشعة تكون ناظمية

للمستوى (ABC) من أجل $a=2$ فإنّ $\vec{n}(2,-3,1)$ معناه أن $\vec{n}_{(ABC)}=\vec{u}_{(\Delta)}$ أي أن المستقيم (Δ) يُعامد المستوي (ABC)

المعادلة الديكارتية هي $(ABC):2x-3y+z+d=0$ وبما أن $A\in(ABC)$ فإنّ $(ABC):2x-3y+z-4=0$

3) احداثيات H : ————————————————————————————

لدينا H النقطة المشتركة بين (Δ) و (ABC). أي أن إحداثيات H تحقق الجملة

$$t\in\mathbb{R}\quad\begin{cases}x=-7+2t\ldots\ldots\ldots\ldots(1)\\ y=-3t\ldots\ldots\ldots\ldots(2)\\ z=4+t\ldots\ldots\ldots\ldots(3)\\ 2x-3y+z-4=0\ldots\ldots\ldots\ldots(4):(ABC)\end{cases}$$

بالتعويض نجد $t=1$ و بتعويض قيمتها في المعادلات نجد $H(-5;-3;5)$

H هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-2);(B,-1);(C,2)\}$ لدينا $\alpha+\beta+\gamma=-2+2-1\neq 0$ إذن H موجود و وحيد

$$\begin{cases}x_H=\dfrac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma}=-5\\ y_H=\dfrac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}=-3\\ z_H=\dfrac{\alpha z_A+\beta z_B+\gamma z_C}{\alpha+\beta+\gamma}=5\end{cases}$$

تعين طبيعة كل من المجموعتين $(T_1),(T_2)$، ثم عين طبيعة تقاطعهما .

$(T_1):(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC})(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC})=0$ تكافئ $(\overrightarrow{MH})(\overrightarrow{BC})=0$ هي المستوي الذي ناظمه

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}6\\3\\-3\end{pmatrix}$ ويشمل النقطة H المعادلة الديكارتية له هي $6x+3y-3z+d=0$ وبما أن $G\in(T_1)$

فإنّ $(T_1): 2x+y-z+18=0$

تعين طبيعة (T_2)

$(T_2): \left\|-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{29}$

تكافئ $MH=\sqrt{29}$ إذن مجموعة النقط (T_2) هي سطح كرة مركزها H و نصف قطرها $\sqrt{29}$.

$$d(H;(s))=\frac{|ax_H+by_H+cz_H+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{|2(-5)+-3+-5+18|}{\sqrt{6}}=0$$

- بما أن $d(H;(S))\prec R$ فإن المستوي يقطع سطح الكرة (S) في دائرة مركزها النقطة G ونصف قطرها r

حيث: $r=\sqrt{R^2-d^2}$

تصحيح التمرين الثالث (05 نقاط) (الأعداد المركبة)	التنقيط

إختيار من متعدد

1) لدينا $P(7)=0$، باستخدام خوارزميّة القسمة الإقليدية نجد أنّ $P(z)=(z-7)(z^2-8z+25)$.

ت) لدينا $P(z)=0$ يكافئ $(z-7)(z^2-8z+25)=0$ يكافئ $\begin{cases} z-7=0..............(1)\\ z^2-8z+25=0....(2)\end{cases}$

من المعادلة (1) نجد أنّ $z=7$.

المعادلة (2) من الدّرجة الثانية، نحلّها باستخدام المميّز Δ حيثُ $\Delta=-36$، إذن فهي تقبل حلّين مترافقين هما $z_1=\frac{-b-i\sqrt{|\Delta|}}{2a}=4-3i$ و $z_2=\frac{-b+i\sqrt{|\Delta|}}{2a}=4+3i$، و عليه

مجموعة حلول المعادلة $P(z)=0$ هي $S=\{7,4-3i,4+3i\}$. الاقتراح -أ-

2) العدد $\left(\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}\right)^{2018}=i^{2018}=\left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^{2018}=e^{i\frac{2018\pi}{2}}=e^{i1009\pi}=e^{i\pi}=\cos\pi+i\sin\pi=-1$

الاقتراح -ج-

3) المثلّث ABC قائم في C و متقايس السّاقين. الاقتراح -ب-

لدينا $z_A-z_C=i(z_B-z_C)$ و منه $\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}=i$، كذلك لدينا $\left|\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}\right|=|i|=1$ أي أنّ $AC=BC$، كذلك لدينا $\arg\left(\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}\right)=\arg(i)=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$، و منه $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$، و عليه يكون المثلّث ABC قائم في C و متقايس السّاقين.

4) أ) العبارة المركّبة للدّوران R من الشكل $z'=az+b$.

لدينا $\begin{cases} z_\Omega=az_\Omega+b....(1)\\ z_B=az_C+b....(2)\end{cases}$، بطرح المعادلة (1) من المعادلة (2) نحصل على $z_B-z_\Omega=a(z_C-z_\Omega)$ و منه $a=i$ إذن $b=4-4i$، و عليه العبارة المركّبة للدّوران R هي

$z' = iz + 4 - 4i$. **الاقتراح - أ-**

5) العـدد $\frac{z-z_B}{z-z_C}$ تخيّلـي صـرف جـزؤه التّخيّلـي موجـب يعـني أنّ $\arg\left(\frac{z-z_B}{z-z_C}\right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ أي أنّ $\left(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}\right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$، و عليـه (Ψ) هـي نصـف دائـرة قطرهـا $[BC]$ باسـتثناء النّقطـتين B و C و الزّاويـة $\widehat{MBC}$ موجّهـة في الاتجاه الموجب. **الاقتراح -ج-**

التنقيط	(الدالة اللوغاريتمية)	تصحيح التمرين الرابع (7 نقاط)

الجزء الأول: لدينا : $g(x) = \frac{x+1}{2x+1} - \ln(x)$.

1 دراسة تغيُّرات الدّالّة ....

تعيين نهايات الدالة g :

$$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} g(x) = \lim_{x \xrightarrow{>} 0} \left[\frac{x+1}{2x+1} - \ln(x)\right] = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} g(x) = \lim_{x \to +\infty} \left[\frac{x+1}{2x+1} - \ln(x)\right] = -\infty$$

دراسة إتجاه تغير الدالة g **و تشكيل جدول تغيّراتها:** ————————————————————

——— ة g قابلة للإشتقاق على $]0;+\infty[$ و دالتها المشتقة هي :

$$g'(x) = \frac{-1}{(2x+1)^2} - \frac{1}{x} = -\frac{(4x^2+5x+1)}{(2x+1)^2}$$

إشارة $g'(x)$ من إشارة : $(x-1)(3x^2+3x+2)$.

جدول التغيرات :

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	
$g(x)$	$+\infty$ ↘	$-\infty$

❖

2) تبيان أن المعادلة $g(x) = 0$ **تقبل حلا وحيدا** α **على** $]-2;+\infty[$: ———————— ————

الدالة g مستمرة و رتيبة تماما علـى $]0;+\infty[$ و لدينا .

$1 < \alpha < 2$: بما أنّ : $\begin{cases} g(1) = 0,66 \\ g(2) = -0,09 \end{cases}$ أي $g(1) \times g(2) < 0$، و بتالي حسب نظرية القيم المتوسطة

فإنه $g(x) = 0$: **تقبل حل وحيد** α **على** $]1;2[$ $g(\alpha) = 0$

❖ **إشــارة** $g(x)$

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	$+$		$-$

الجزء الثاني: لدينا : $f(x)=\dfrac{2\ln x}{x^2+x}$

حساب $\lim\limits_{x\to -0} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\ln x}{x^2+x}=-\infty$:

المستقيم الذي معادلته $x=0$ **مقارب عمودي لـ** $\left(C_f\right)$

نهاية f **عند** $+\infty$: ————————————————————————————

$\lim\limits_{x\to +\infty} f\left(x\right)=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2\ln x}{x^2+x}=\lim\limits_{x\to +\infty}\left[\dfrac{2}{x+1}\times\dfrac{\ln x}{x}\right]=0$ **المستقيم الذي معادلته** $y=0$ **مقارب أفقي لـ** $\left(C_f\right)$

2) **أ) بيان أنّه من أجل كل** $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2}g(x)$:————————————

الدالة f **قابلة للإستقاق على** $]0;+\infty[$ **و دالتها المشتقة هي :**

$$f'(x)=\frac{\frac{2}{x}(x^2+x)-2x\ln x}{(x^2+x)^2}=\frac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2}g(x)$$

ت) إستنتاج إتجاه تغيّر الدالة f ، **و تشكيل جدول تغيّراتها :** ————————————

نلاحظ أنّ إشـــارة $f'\left(x\right)$ **من إشـــارة** $g\left(x\right)$.

– **الدالة** f **متزايدة تماما على** $]0;\alpha[$

– **الدالة** f **متناقصة تماما على** $]\alpha;+\infty[$

x	0	α	$+\infty$
$f'\left(x\right)$	$+$		$-$

– **جدول التغيرات**

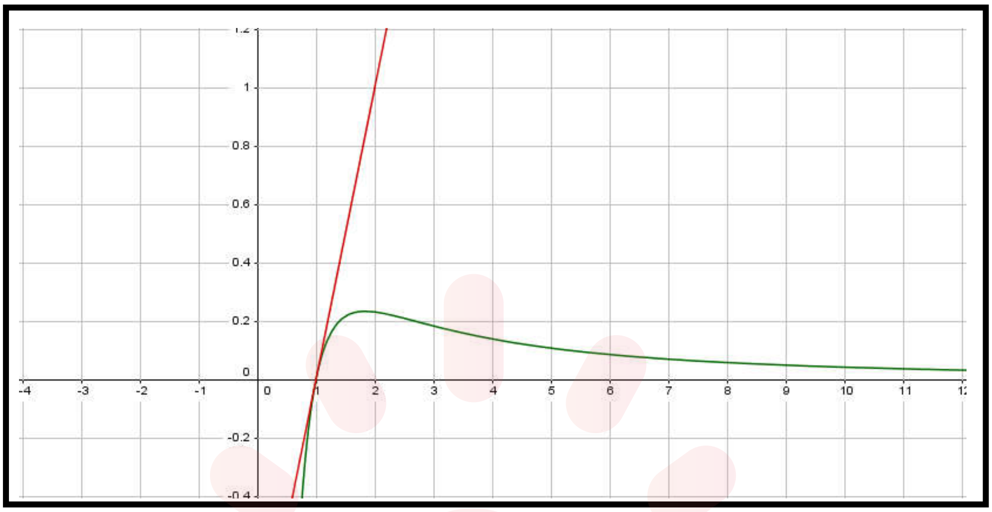
x	0	α	$+\infty$
$f'\left(x\right)$	$+$		$-$
$f\left(x\right)$	$-\infty$ ↗	$f\left(\alpha\right)$	↘ 0

3) **كتابة معادلة المماس** $\left(\Delta\right)$ **لـ** $\left(C_f\right)$ **عند النقطة ذات الفاصلة** 1 : ——————————

$\left(\Delta\right): y=f'\left(1\right)\left(x-1\right)+f\left(1\right)$ ،

أي : $\left(\Delta\right): y=x+1$ ، **لأنّ :** $\begin{cases} f'\left(1\right)=1 \\ f\left(1\right)=0 \end{cases}$.

4) رسم كلا من (Δ) و المنحني (C_f) :



الجزء الثالث :

المناقشة بيانياً، $x^2+x+2\ln x = m(x^3+x^2)$ **تكافئ** $x^2+x+2\ln x = mx(x^2+x)$ **تكافئ**

$\dfrac{x^2+x}{(x^2+x)}+\dfrac{2\ln x}{(x^2+x)} = mx$ **تكافئ** $\dfrac{2\ln x}{(x^2+x)} = mx-1$ **تكافئ** $f(x) = mx-1$ **وهي مناقشة**

دوارنية حلولها فواصل نقط تقاطع (C_f) **مع المستقيم المتحرك ذو المعادلة** $y = mx-1$ **الذي يدور**

حول نقطة ثابتة $(0;-1)$

من أجل $m \in]-\infty;0[$ **المعادلة تقبل حلا وحيدا**

من أجل $m \in]0;1[$ **المعادلة تقبل حلان متمايزان**

من أجل $m = 1$ **المعادلة تقبل حلا وحيدا**

من أجل $m \in]1;+\infty[$ **المعادلة لا تقبل حلولا**